

È possibile osservare, dalle tabelle 4.4 e 4.5 come a masse modali elevate corrispondano alti valori dei fattori di partecipazione modale.

#### 4.7 Load stiffening

È noto che le frequenze proprie di una struttura vengono alterate se uno stato di sollecitazione è presente all'interno della struttura stessa. Per rendersi conto di ciò è sufficiente pensare alla corda di una chitarra: la sua frequenza varia in funzione di quanto essa viene tirata o allentata. In particolare le frequenze si alzeranno se lo stato di sollecitazione è di trazione. La stessa cosa avviene nelle pale di un elicottero quando sono sottoposte alla accelerazione centrifuga.

Per illustrare questo effetto prendiamo la barretta rappresentata nella figura 4.12 attraverso il modello a elementi finiti. Effettuiamo quindi il calcolo delle frequenze proprie sia quando su di essa non agisce nessun carico sia quando a essa viene applicata una contrazione termica in grado di generare uno stato di sollecitazione monoassiale pari a 400 MPa.

Generalmente i codici di calcolo che consentono l'esecuzione di analisi modali con load stiffening richiedono che prima venga effettuata l'analisi statica lineare per la quale si vuole valutare l'impatto sulle frequenze proprie e poi, successivamente, l'analisi modale nella condizione di precarico applicato.

Nella tabella 4.6 sono riportate le prime dieci frequenze proprie della barretta in condizioni di prestress nullo, insieme alle medesime informazioni relative alla situazione in cui nella barretta esiste uno stato di sollecitazione monoassiale pari a 400 MPa (di trazione).

Ci si può immediatamente rendere conto di come le frequenze siano effettivamente cresciute. Inoltre nelle figure dalla 4.13 alla 4.15 sono riportate anche le forme modali dei primi tre modi. È immediato rendersi che il secondo modo si inverte con il terzo.

Quindi uno stato di sollecitazione non solo altera i valori delle frequenze di risonanza, ma può anche spostare e scambiare tra loro alcuni modi.

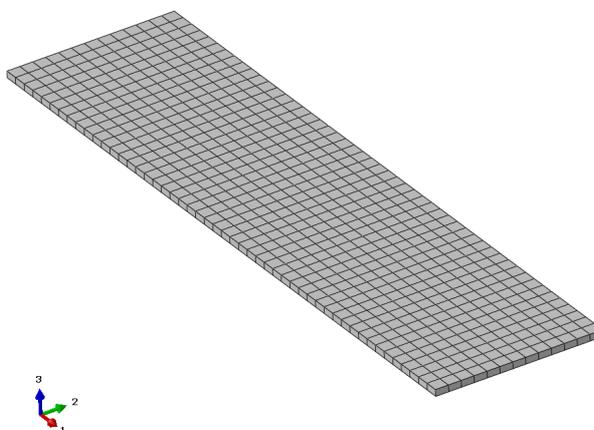


Figura 4.12. Modello di una barretta semplicemente appoggiata agli estremi. Lunghezza = 200 mm, larghezza = 50 mm, spessore = 2 mm. Il modello è realizzato con elementi shell e si è sfruttata la capacità del pre-processor di plottare lo spessore degli elementi.

Modo	Freq. (senza precarico)	Freq. (con precarico)
1	1.168E+02	5.830E+02
2	4.706E+02	8.512E+02
3	6.384E+02	1.234E+03
4	1.068E+03	1.758E+03
5	1.342E+03	2.015E+03
6	1.913E+03	2.760E+03
7	2.168E+03	2.973E+03
8	3.009E+03	3.894E+03
9	3.160E+03	4.137E+03
10	4.348E+03	4.660E+03

Tabella 4.6. La presenza di uno stato di sollecitazione altera le frequenze proprie di una struttura, specialmente in quelle più basse.

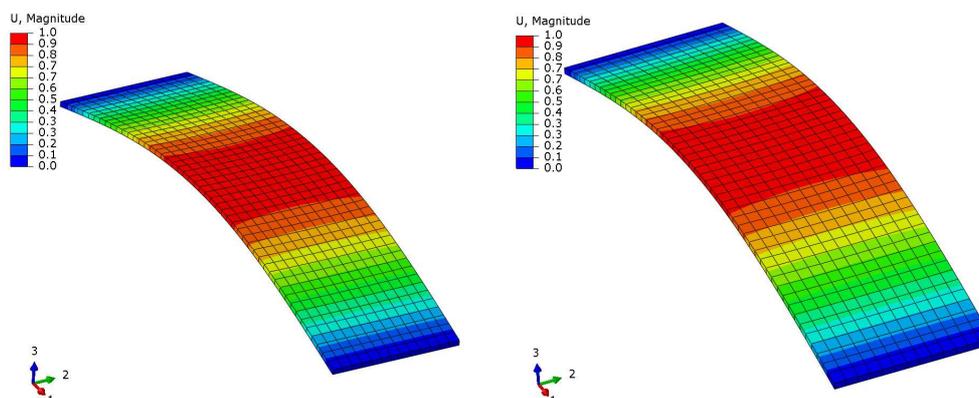


Figura 4.13. Primo modo di vibrare per la barretta senza precarico (a sinistra) e con precarico (a destra).

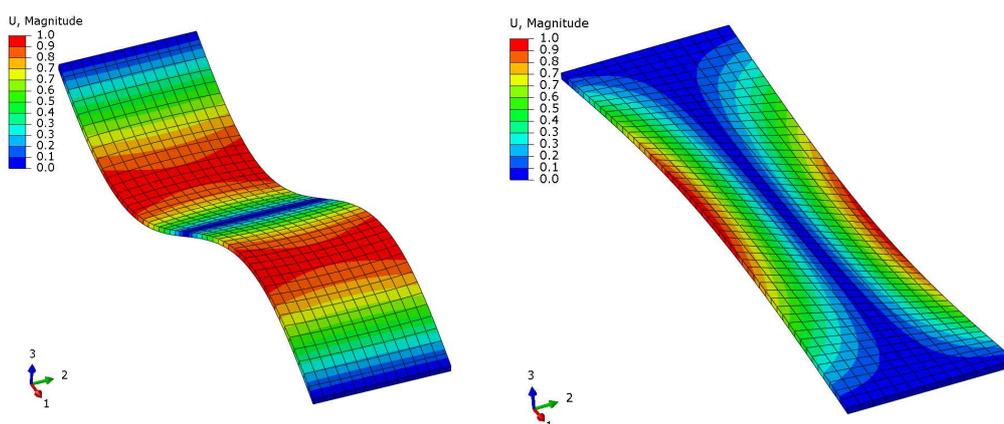


Figura 4.14. Secondo modo di vibrare per la barretta senza precarico (a sinistra) e con precarico (a destra).

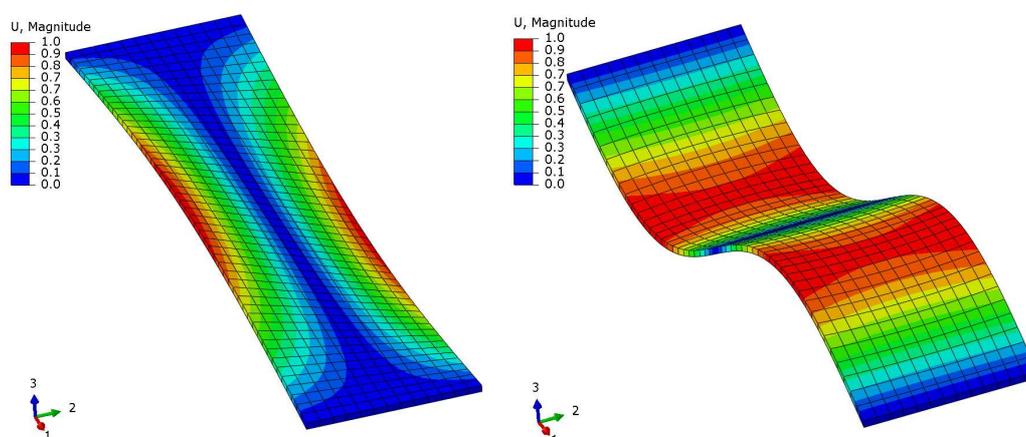


Figura 4.15. Terzo modo di vibrare per la barretta senza precarico (a sinistra) e con precarico (a destra).

La prerogativa di considerare i precarichi sarebbe propria dei codici non lineari; tuttavia alcuni codici solamente lineari mettono a disposizione questa capacità. Da quanto detto appare chiaro che un codice non lineare può analizzare frequenze proprie e modi di vibrare come perturbazione lineare nell'intorno della posizione di equilibrio raggiunta in qualunque punto della storia di carico. Ma se nel modello ci sono dei contatti, come fa il codice a effettuare un'analisi modale, che è solamente lineare? Semplice, congela le posizioni dei nodi nel punto in cui si trovano, di fatto "incollando" i contatti nella posizione che hanno nel punto di equilibrio ed effettuando quindi l'analisi modale.

## 4.8 Conclusioni

In questo Capitolo abbiamo toccato appena l'aspetto dinamico nel calcolo delle strutture e maggiori approfondimenti saranno dati più avanti nel testo. Quanto visto qui ci tornerà comunque utile nel Capitolo 6, quando si parlerà di errori nel calcolo mediante elementi finiti.