

La figura 5.7 riporta il modello a elementi finiti utilizzato per il calcolo, mentre la figura 5.8 illustra la deformata del primo modo di instabilità. Dal file dei risultati si ricava che il carico di buckling corrispondente vale 268240 N, con un errore pari allo 0.2%.

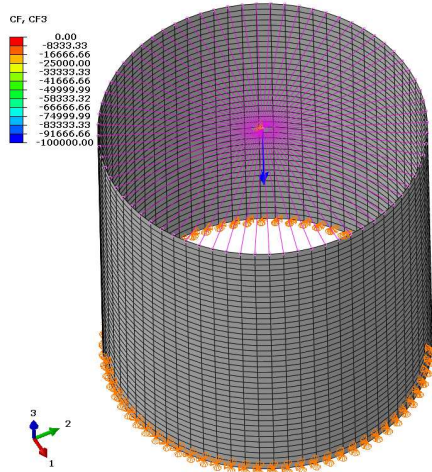


Figura 5.7. Modello a elementi finiti per il cilindro caricato assialmente. I vincoli sono di tipo cerniera. Il carico è stato applicato al centro e distribuito sul contorno attraverso un elemento tipo Multi Point Constraint (MPC) rigido.

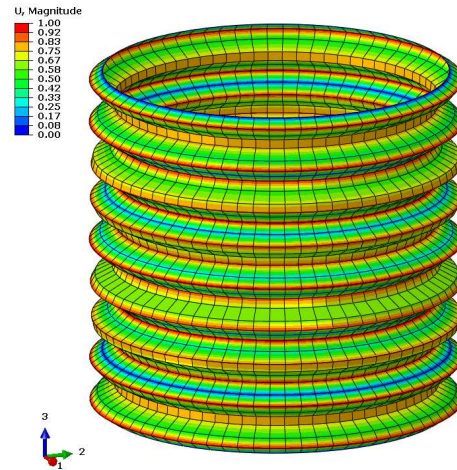


Figura 5.8. Deformata del primo modo di buckling.

#### 5.4.4 Cilindro a spessore sottile soggetto a pura torsione

L'ultimo esempio riguarda l'instabilità a torsione. Come è noto in una pura torsione le tensioni principali sono uguali in modulo e di valore opposto. Per cui, nella direzione in cui si ha la tensione principale di compressione (inclinata di  $45^\circ$  rispetto all'asse del cilindro), si può raggiungere un'instabilità locale che porta la struttura al collasso complessivo.

Per questo calcolo sfrutteremo nuovamente il cilindro dell'esempio precedente e ci serviremo dello stesso modello nel quale, chiaramente, andremo a sostituire il carico assiale di compressione con un momento torcente.

Seguendo il procedimento riportato in [3] si ricava il valore della tensione di scorrimento che genera l'instabilità per il cilindro con le caratteristiche geometriche del nostro esempio:

$$\tau_{cr} = \frac{C \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left( \frac{s}{L} \right)^2$$

dove il coefficiente  $C$  si ricava dal grafico della figura 5.9 (che interpola dei valori sperimentali) in funzione del valore di

$$Z_L = \frac{L^2}{R \cdot s} \cdot \sqrt{1 - \nu^2} = 1192$$

Si ricava che  $C = 169$  e pertanto  $\tau_{cr} = 43$  MPa.

Ora, mediante la formula di Bredt, siamo in grado di calcolare il valore del momento torcente che genera l'instabilità a torsione.

$$\tau_{cr} = \frac{M_{tcr}}{2 \cdot \Omega \cdot s}$$

Essendo  $\Omega = \pi \cdot R^2$  si ricava:

$$M_{tcr} = 13508848 \text{ Nmm.}$$

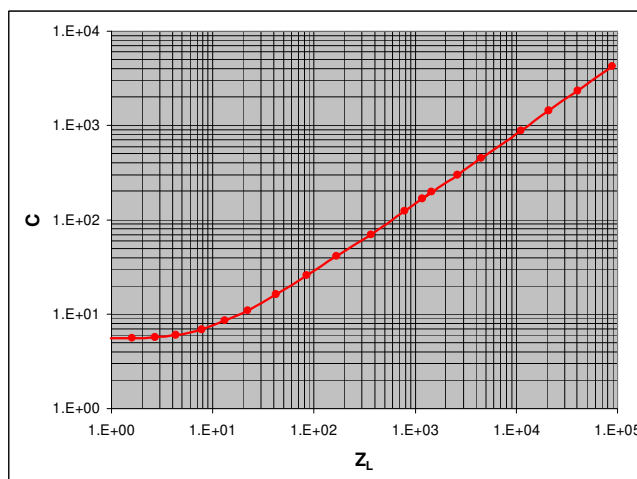


Figura 5.9. Grafico di  $C-Z_L$ .

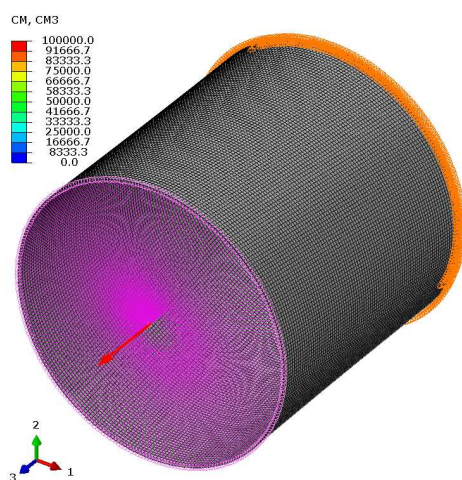


Figura 5.10. Il cilindro della figura 5.7 è ora caricato a torsione e la mesh è stata infittita.

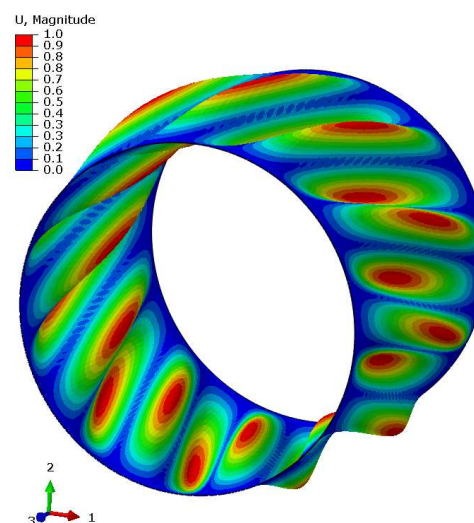


Figura 5.11. Primo modo di buckling del cilindro sottoposto a torsione.

Nella figura 5.10 è illustrato il modello; rispetto a quello della figura 5.7 la mesh è stata infittita per evitare una sovrastima della rigidità (cfr. Capitolo 6) e alla forza assiale abbiamo sostituito il momento torcente; la figura 5.11 illustra invece il primo modo di buckling del cilindro in questione. Il valore del momento torcente critico vale 14884000 Nmm, con un errore di poco superiore al 9%. Tuttavia, data la natura del coefficiente  $C$ , non si può escludere che l'accordo sia in realtà molto migliore.