Tempi più recenti hanno visto nascere programmi grafici di meshatura interattiva prima e automatica in seguito: oggi questi ultimi sono divenuti dei moduli aggiuntivi per programmi di modellazione solida; il file di input in formato ASCII esiste ancora ma viene creato direttamente dal software, senza che l'utente si preoccupi di numerare nodi, inserire coordinate, connettere elementi, ecc. È il sogno dello strutturista che si avvera ed egli può ora dedicarsi alla creazione di modelli più grandi e concentrarsi sui risultati (la cui interpretazione, come abbiamo visto nel Capitolo 3, si rivela agevolata al pari della fase di pre-processazione grazie ai programmi grafici).

Ma, si sa, ogni medaglia ha il suo rovescio. Se è vero che la maggiore forza dei meshatori automatici risiede appunto nel fatto che sono in grado di creare automaticamente la mesh, è anche vero che proprio qui sta la loro debolezza. Infatti l'utente può certamente imporre alcuni parametri da rispettare, ma il software è basato su algoritmi che, per quanto "intelligenti" possano essere, difficilmente riusciranno a soddisfare appieno lo strutturista più esigente per quel che riguarda la qualità della mesh.

Va poi ricordato che la progettazione 3D è entrata pesantemente a far parte del nostro contesto industriale. Chi progetta però ha esigenze diverse da chi calcola: il primo infatti deve produrre un disegno costruttivo 2D, anche se per realizzarlo ricorre alla modellazione solida con i vantaggi che questa presenta, mentre il secondo deve giudicare dell'integrità strutturale dell'oggetto. Pertanto, anche se il pezzo fisico è lo stesso nei due casi, il modello non potrà essere uguale (fatte salve poche eccezioni) perché il progettista dovrà modellare tutti i particolari atti alla costruzione dell'elemento in questione, anche quelli che lo strutturista non inserirebbe a causa della loro scarsa importanza dal punto di vista della resistenza strutturale.

Ecco allora che, qualora dovesse maneggiare un modello 3D realizzato per fini costruttivi, lo strutturista esperto eliminerebbe tutte le features che renderebbero il modello a elementi finiti inutilmente complicato (in alcuni casi gli interventi necessari sono di tale entità che conviene ripartire da zero e costruire un modello ad hoc), mentre l'utente impreparato, nel dubbio, passerebbe alla fase di meshatura senza apportare alcuna modifica. Questo modo di procedere non solo allunga i tempi di soluzione impegnando maggiormente le risorse hardware, ma può anche creare dei problemi di natura numerica che influenzano la qualità dei risultati. Infatti i meshatori automatici, quando devono seguire una geometria complicata, tendono a creare localmente degli elementi fortemente distorti la cui presenza è bene evitare a causa dei problemi che illustreremo nel seguito.

6.5.1 Il numero di condizionamento per la matrice di rigidezza

Come già detto, il metodo degli elementi finiti assembla e risolve un'equazione matriciale del tipo:

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\} \qquad (6.3)$$

dove [K] è la matrice di rigidezza globale della struttura, costruita tenendo conto in maniera opportuna di tutti gli elementi che modellano la struttura stessa.

Per i nostri scopi negli esempi che seguono faremo riferimento principalmente a strutture costituite da un unico elemento: la (6.3) è chiaramente ancora valida e [K] coincide con la matrice di rigidezza dell'elemento.

Un metodo per valutare la "qualità numerica" di un elemento consiste nel calcolare il numero di condizionamento della sua matrice di rigidezza, definito come il rapporto tra gli autovalori massimo e minimo. In altre parole:

$$C = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \qquad (6.4)$$

Più C è vicino all'unità e migliore è il condizionamento; una matrice [K] mal condizionata risulta molto "sensibile", nel senso che piccoli cambiamenti in uno o più dei suoi coefficienti creano grandi variazioni nei risultati ottenuti con la (6.3), ferme restando le altre condizioni. Si abbia ad esempio la seguente relazione matriciale:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1.02 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ -2 \end{Bmatrix}$$

Essa presenta la soluzione x = 104 e y = 100.

Consideriamo ora un sistema molto simile al precedente:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1.01 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ -2 \end{Bmatrix}$$

La soluzione di questa equazione matriciale è x = 204 e y = 200; in altre parole la variazione di circa l'1% di un termine della matrice dei coefficienti produce un cambiamento nei risultati di circa il 100%. Questa matrice è mal condizionata e il suo numero di condizionamento vale, in base alla (6.4):

$$C = 202$$

6.5.2 Autovalori e autovettori della matrice di rigidezza

Supponiamo di voler calcolare il numero di condizionamento per la matrice di rigidezza dell'elemento piano a 4 nodi riportato in figura 6.60. Dato che i gradi di libertà di un tale elemento sono 8 la matrice sarà una 8x8 e il calcolo "manuale" degli autovalori presenta parecchie difficoltà.

Si può procedere in due modi: il primo consiste nel richiedere al programma di calcolo la stampa su file della matrice per poi calcolarne gli autovalori attraverso software che siano in grado di effettuare tale operazione [101][; la seconda strada invece sfrutta il codice a elementi finiti stesso. Infatti se vogliamo determinare le frequenze proprie di una struttura l'equazione da risolvere è la seguente (considerando nullo lo smorzamento strutturale - cfr. Capitolo 4):